



سؤالات امتحان درس: آمار و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال یازدهم دوره دوم متوسطه	امتحان پایان سال		

ردیف	سؤالات	نمره												
۱	اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ باشد کدام یک از عبارتهای زیر گزاره‌اند؟ ارزش آن‌ها را تعیین کنید. (آ) $\forall x \in A \exists y \in A : x + y < 18$ (ب) $\forall x \in A \forall y \in A : x + y < 20$ (پ) $\forall x \in A : x + y < 21$	۱/۵												
۲	با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید: $p \vee (q \Leftrightarrow r) \equiv (p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee r)$	۱/۵												
۳	اگر $A = [-2, 4]$ و $B = \{1, 3\}$ باشد، نمودار حاصل ضرب دکارتی $A \times B$ و $B \times A$ را رسم کنید.	۱												
۴	دو کارخانه، تولیدات خود را به صورتی عرضه می‌دارند که کارخانه اول، از هر ۳۵ تولید خود ۵ کالای معیوب و کارخانه دوم، از هر ۲۸ تولید خود، ۲ کالای معیوب دارد. اگر شخصی کالایی از تولیدات این دو کارخانه خریده باشد، احتمال آن‌که این کالا معیوب باشد، چقدر است؟	۱												
۵	در جعبه‌ای ۱۰ لامپ موجود است که دوتای آن‌ها معیوب هستند. به تصادف و متوالیاً این لامپ‌ها را آزمایش کرده و لامپ‌های سالم را کنار می‌گذاریم تا اولین لامپ معیوب پیدا شود، با کدام احتمال در آزمایش سوم، اولین لامپ معیوب پیدا می‌شود؟	۱												
۶	یک تاس همگن را دو بار پرتاب می‌کنیم و پیشامدهای A و B را به صورت زیر در نظر می‌گیریم: پیشامد A : «مجموع شماره‌های ظاهر شده در دو پرتاب، عدد ۶ باشد» پیشامد B : «شماره‌های ظاهر شده در دو پرتاب، مساوی باشند» آ) $P(A)$ و $P(B)$ را به دست آورید. ب) آیا پیشامدهای A و B ، مستقل هستند؟ پ) اگر پیشامد B اتفاق بیفتد، احتمال این‌که پیشامد A اتفاق افتاده باشد، چقدر است؟	۲												
۷	چهار مهره به شماره‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ را در ظرفی ریخته‌ایم. اگر بخواهیم دو مهره به تصادف از ظرف بیرون آوریم، شش امکان $(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)$ وجود دارند، تفاضل هر دو شماره را D و مجموع آن‌ها را S فرض می‌کنیم. آ) احتمال پیشامدی را که برای آن $D = 1$ است، به دست آورید. ب) احتمال پیشامدی را که برای آن $S = 5$ است، به دست آورید. پ) آیا این پیشامدها مستقل‌اند؟ (با ذکر دلیل)	۱/۵												
۸	جای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. آ) داده‌ای که فراوانی را داشته باشد، داده‌ها نام دارد. ب) واقعیت‌هایی درباره یک شیء یا فرد که در محاسبه، و به کار می‌روند را داده می‌گوییم. پ) نمودار بافت‌نگاشت (هیستوگرام) برای نمایش متغیرهای مناسب است. ت) اگر انحراف معیار برابر صفر باشد، آن‌گاه	۱												
۹	جدول زیر مربوط به مدرک تحصیلی افرادی است که در یک شرکت کار می‌کنند، نمودار دایره‌ای آن را رسم کنید. <table><tr><td>مدرک تحصیلی</td><td>دیپلم</td><td>فوق دیپلم</td><td>لیسانس</td><td>فوق لیسانس</td><td>دکتر</td></tr><tr><td>تعداد افراد</td><td>۱۸</td><td>۸</td><td>۲۸</td><td>۱۲</td><td>۶</td></tr></table>	مدرک تحصیلی	دیپلم	فوق دیپلم	لیسانس	فوق لیسانس	دکتر	تعداد افراد	۱۸	۸	۲۸	۱۲	۶	۲
مدرک تحصیلی	دیپلم	فوق دیپلم	لیسانس	فوق لیسانس	دکتر									
تعداد افراد	۱۸	۸	۲۸	۱۲	۶									
۱۰	در مجموعه $\{x, 100, 300, 500, 600\}$ میانه، میانگین و مد با هم برابرند، x را بیابید.	۱												
۱۱	با توجه به نمودارهای جعبه‌ای زیر، که مربوط به سن بازیکنان دو تیم فوتبال A و B هستند، به سؤالات زیر پاسخ دهید. آ) تغییرات سن در کدام تیم بیش تر است؟ ب) کدام تیم جوان تر است؟ چرا؟ پ) تفاضل چارک سوم تیم A از میانه تیم B چقدر است؟ 	۱/۵												
۱۲	نوع هر یک از متغیرهای زیر را مشخص کنید. آ) تعداد مولکول‌های آب در یک ظرف ب) مقدار مصرف برق مدرسه در یک روز ب) فصل‌های سال ت) رنگ پوست افراد یک شهر	۱												
۱۳	فرض کنید در یک شرکت ۴۸ نفر حضور دارند. هنگامی که شرکت تعطیل می‌شود و هنگام خروج کارکنان می‌خواهیم یک نمونه ۸ نفری انتخاب کنیم. بهترین روش نمونه‌گیری چیست؟ (توضیح دهید به چه صورتی این نمونه‌گیری انجام می‌شود).	۱												
۱۴	کارخانه‌ای دو نوع لاستیک تولید می‌کند. نوع A دارای میانگین عمر ۸۰۰۰۰ کیلومتر با انحراف معیار ۴۰۰ کیلومتر و نوع B دارای میانگین عمر ۱۲۰۰۰۰ کیلومتر با انحراف معیار ۹۰۰ کیلومتر است. کدام نوع لاستیک بهتر است؟ چرا؟	۱/۵												
۱۵	فرض می‌کنیم در یک جامعه دانشجویی ۱۶ نفر را به طور نمونه انتخاب کرده‌ایم و نمره ریاضیات آن‌ها را پرسیده‌ایم، به طوری که میانگین نمرات $\bar{x} = 12$ و ضریب تغییرات نمره‌ها $CV = \frac{2}{3}$ می‌باشد. با فاصله اطمینان ۹۵٪، میانگین حقیقی نمره ریاضیات دانشجویان را حساب کنید.	۱/۵												
۲۰	جمع نمره													

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان درس: آمار و احتمال		رشته: ریاضی فیزیک
سال یازدهم دوره دوم متوسطه		امتحان پایان سال

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	چون لامپ معیوب در سومین بار آزمایش بیرون آمده است، پس در دو بار آزمایش قبل از آن لامپ سالم بیرون آمده است، در نتیجه احتمال آن که لامپ اول سالم، لامپ دوم سالم و لامپ سوم معیوب باشد برابر آن است که: $P(A) = \frac{8}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{7}{45}$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ سالم سالم معیوب	۱
۶	(آ) $A = \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$ $B = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{36}$, $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ (ب) شرط مستقل بودن دو پیشامد A و B آن است که: $A \cap B = \{(3,3)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36}$ بنابراین داریم: $\Rightarrow \frac{1}{36} \neq \frac{5}{36} \times \frac{1}{6} \Rightarrow P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$ در نتیجه A و B مستقل نیستند. (پ) $P(B A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{5}{36}} = \frac{1}{5}$	۲
۷	(آ) $D = 1 \Rightarrow D = \{(1,2), (2,3), (3,4)\} \Rightarrow P(D) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (ب) $S = 5 \Rightarrow S = \{(1,4), (2,3)\} \Rightarrow P(S) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ (پ) $P(D \cap S) = P(D) \times P(S)$ (۱) شرط مستقل بودن $D \cap S = \{(2,3)\} \Rightarrow P(D \cap S) = \frac{1}{6} \xrightarrow{(۱)} \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ بنابراین دو پیشامد S و D مستقل اند.	۱/۵
۸	(آ) بیشترین - مد (ب) برنامه ریزی - پیش بینی (پ) کمی پیوسته (ت) داده ها برابرند	۱
۹	در نمودار میله ای، مدرک تحصیلی را روی نمودار افقی و تعداد افراد یا همان فراوانی را روی نمودار عمودی مشخص می کنیم: در نمودار دایره ای ابتدا مجموع فراوانی ها را به دست می آوریم: $6 + 12 + 28 + 8 + 18 = 72$ با توجه به زاویه مرکزی می توانیم هر قسمت را متناسب با فراوانی آن دسته طبق فرمول $360^\circ \times \text{فراوانی نسبی}$ به دست آوریم: دسته اول: $\alpha = \frac{6}{72} \times 360^\circ = 30^\circ$ دسته دوم: $\alpha = \frac{12}{72} \times 360^\circ = 60^\circ$ دسته سوم: $\alpha = \frac{28}{72} \times 360^\circ = 140^\circ$ دسته چهارم: $\alpha = \frac{8}{72} \times 360^\circ = 40^\circ$ دسته پنجم: $\alpha = \frac{18}{72} \times 360^\circ = 90^\circ$	۲

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان درس: آمار و احتمال		رشته: ریاضی فیزیک
سال یازدهم دوره دوم متوسطه		امتحان پایان سال

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	ابتدا $\bar{x}$ را کنار گذاشته و میانگین چهار داده دیگر را به دست می آوریم: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{60 + 50 + 30 + 100}{4} = \frac{240}{4} = 60$ در نتیجه در داده های مرتب ۱۰۰، ۶۰، ۵۰، ۳۰، میان، میانگین و مد با هم برابرند و مقدار آن برابر ۶۰ است، که همان مقدار $\bar{x}$ است.	۱
۱۱	(آ) تغییرات سن در هر تیم، اختلاف بیشترین سن بازیکن آن تیم از کمترین سن بازیکن آن تیم است. $30 - 20 = 10$ = اختلاف بیشترین سن و کمترین سن بازیکنان تیم A $32 - 18 = 14$ = اختلاف بیشترین سن و کمترین سن بازیکنان تیم B در نتیجه تغییرات سن در تیم B بیش تر است. (ب) تیم B جوان تر است، زیرا ۵۰٪ بازیکنان این تیم دارای سن ۲۴ سال و کمتر از آن می باشند، در صورتی که ۵۰٪ بازیکنان تیم A دارای سن ۲۶ سال و کمتر از آن می باشند. (پ) چارک سوم تیم A برابر $Q_3 = 28$ و میانه تیم B برابر $Q_2 = 24$ می باشد، پس تفاضل آن برابر است با ۴ سال. $Q_3 - Q_2 = 28 - 24 = 4$	۱/۵
۱۲	(آ) متغیر کمی (ب) متغیر کیفی (پ) متغیر کمی (ت) متغیر کیفی	۱
۱۳	بهترین روش، نمونه گیری سیستماتیک یا سامانمند می باشد. ابتدا از ۶ نفر اول $\left(\frac{48}{8} = 6\right)$ یکی را به تصادف انتخاب می کنیم. فرض کنیم که نفر پنجم، انتخاب شده باشد به همین ترتیب برای ۶ نفر بعدی هم نفر پنجم را انتخاب می کنیم یعنی $(6 + 5 = 11)$ نفر یازدهم که از شرکت خارج می شود. حال با همین رویه ادامه می دهیم تا نفر ۴۷ که از شرکت خارج می شود و نفر هشتم نمونه است.	۱
۱۴	ضریب تغییرات دو نوع لاستیک را به دست می آوریم: $CV_A = \frac{\sigma_A}{\bar{x}_A} = \frac{400}{80000} = \frac{1}{200} = 0.005$ $CV_B = \frac{\sigma_B}{\bar{x}_B} = \frac{900}{120000} = \frac{3}{400} = 0.0075$ نوع لاستیک A از نوع لاستیک B بهتر است، زیرا ضریب تغییرات A کمتر از B می باشد.	۱/۵
۱۵	با توجه به فرض های مسئله $n = 16$ و $\bar{x} = 12$ و $CV = \frac{2}{3}$ ، ابتدا انحراف معیار را به دست می آوریم: $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{\sigma}{12} \Rightarrow \sigma = 8$ انحراف معیار سپس: $\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 12 - \frac{2 \times 8}{\sqrt{16}} < \mu < 12 + \frac{2 \times 8}{\sqrt{16}}$ $\Rightarrow 12 - 4 < \mu < 12 + 4 \Rightarrow 8 < \mu < 16$ در نتیجه میانگین با اطمینان ۹۵ درصد جامعه در بازه $(8, 16)$ قرار می گیرد.	۱/۵
	جمع نمره	۲۰